

Глава 1. Музыкальный вискозиметр

Идея эксперимента: Миронов М.А., Акустический институт им. Андреева

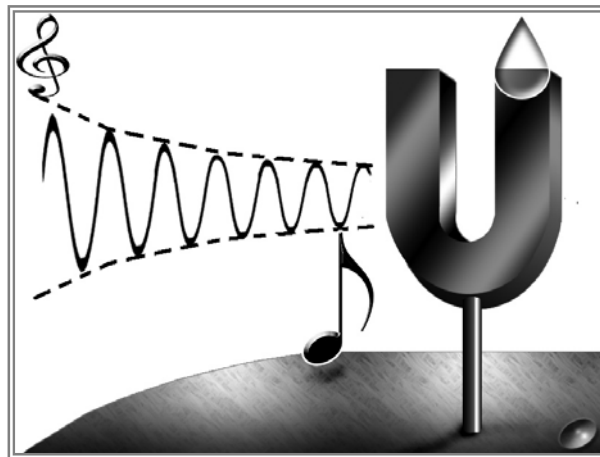
Исследовательская команда: Александр Жданов, Иван Агафонов, Ирина Григал, Анна Громова

Научный руководитель: А.П. Пятаков

На звучащий камертон упала капля...

Для музыканта это скорее досадная помеха, мешающая чистоте тона и полноте звука, а для физика – явление, достойное наблюдения.

Прислушаемся... звук стал камертона стал затухать быстрее. А что если капнуть на него не водой, а скажем ... (музыкант, наверное, о таком без содрогания и помыслить не сможет) подсолнечным маслом или глицерином?



Колесания уже спустя считанные секунды едва слышны, хотя капелька, как будто, и невелика. Плотность глицерина мало отличается от плотности воды, и такое резкое различие в скорости затухания можно объяснить лишь различной вязкостью жидкостей.

Вязкость и вискозиметры

*...и хоть мгновенно вино, когда цедишь его пролетает,
но потихоньку идет и сочится ленивое масло.*

Тит Лукреций Кар «О природе вещей»

Слово «вязкость» происходит от глаголов «вязнуть» и «вязать», то есть прилипнуть, скреплять. Видимо, у наших предков вязкость ассоциировалась, прежде всего, с коварными свойствами болота, в котором увязали люди и скот, а потом уже появился более общий смысл вязкости как свойства жидкостей вообще. Интересно, что в латинском языке слово *viscosus* встречается в похожем значении «клейкий», «вязкий», так что слово *вискозиметр*, означающее прибор для измерения вязкости, практически не нуждается в переводе.

Ньютоновская механика учит, что для поддержания равномерного прямолинейного движения тел не нужно никаких сил. Однако только в редких случаях нам удается наблюдать подобное движение: каждому ребенку известно, что движущиеся тела при исчезновении силы, приводящей их в движение, рано или поздно останавливаются.

Вязкость или внутреннее трение – это как раз то свойство, которое приводит к кажущемуся противоречию ньютоновской механики с повседневной жизнью. О причинах такого расхождения Ньютон знал даже лучше своих современников и коллег («врага», как говорится, надо знать в лицо) и не случайно, что именно ему принадлежит авторство простого опыта, позволяющего определить силу вязкого трения, а также ее зависимость от свойств среды и условий движения тела.

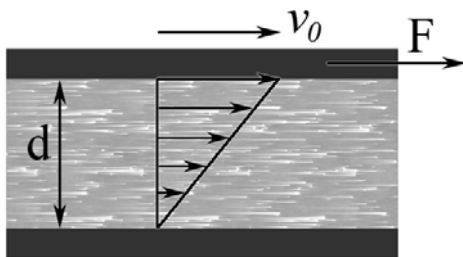


Рис. 1 Опыт Ньютона по измерению вязкости жидкостей.

Представим себе две параллельные друг другу пластины, между которыми расположен слой жидкости (или газа, но нас будут впредь интересоваться только жидкости). Пусть нижняя пластина покоится относительно земли, а верхняя пластина движется со скоростью V_0 . Тогда слой жидкости, непосредственно прилегающий к верхней пластине, будет двигаться с той же скоростью V_0 ; слои, отстоящие на большее расстояние от верхней пластины, будут увлекаться вслед за пластиной уже с меньшей скоростью, и, наконец, слой жидкости, прилегающий к нижней пластине, будет и вовсе покоиться. В результате получится линейный профиль распределения скоростей (рис. 1), а сила, с которой надо тянуть верхнюю пластину, чтобы поддерживать ее равномерное движение со скоростью V_0 , как, установил Ньютон, пропорциональна площади пластин S , скорости движения V_0 и обратно пропорционально расстоянию между пластинами d :

$$F = -\eta \frac{V}{d} S \quad (1)$$

коэффициент же пропорциональности η характеризует свойства жидкости и называется *динамической* вязкостью. Как следует из формулы (1), в системе СИ значения вязкости выражают в Па·с. Например, для воды при 20 °С она составляет 1 мПа·с, для глицерина – в тысячу раз больше.

На практике для измерения вязкости более удобными оказываются схемы, отличные от той, что предложена Ньютоном. Различают вискозиметры капиллярные, ротационные, с падающим шариком и вибрационные.

В капиллярных вискозиметрах вязкость определяют по скорости вытекания струи жидкости из капилляра (рис.2 а)¹. В ротационных вискозиметрах (рис.2 б) вращающийся цилиндр, увлекая за собой жидкость, воздействует на неподвижный цилиндр. Измеряя момент силы, действующий на неподвижный цилиндр, можно рассчитать вязкость. В вискозиметрах с падающим шариком вязкость определяется по установившейся скорости падения шарика в исследуемой среде (рис. 2 в). И, наконец, в вибрационных вискозиметрах вязкость определяется по затуханию колебаний зонда осциллятора, помещенного в исследуемую жидкость (рис. 2 г).

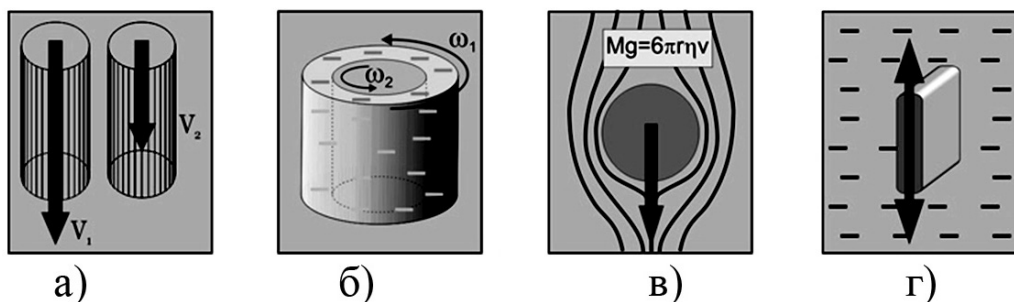


Рис. 3. Различные типы вискозиметров

Надо сказать, что вискозиметры – приборы достаточно дорогостоящие (десятки и сотни тысяч рублей). Как правило, для измерений на них требуются большие объемы жидкости (100 мл и более), а представьте, если вещество токсично, или исследователь располагает только микропробами, как в случае анализа крови. Кроме того, промышленно выпускаемые модели имеют не очень широкий диапазон измерений; внешние условия могут влиять на результаты эксперимента, а переградуировка приборов трудоемка. Наконец, некоторые измерения (например, капиллярным вискозиметром) требуют значительного времени, и не позволяют отследить изменение параметров: пока жидкость протечет по трубке, ее вязкие свойства могут измениться.

Камертон как вискозиметр

Наша установка показана на рисунке, и центральную роль в ней играет камертон. Камертон нужно взять таким, чтобы он звучал как можно дольше (как говорят, у него должна быть высокая добротность²). На камертон капают каплю исследуемой жидкости и ударом возбуждают колебания камертона. В нашей автоматизированной установке по камертону ударяет стальной боек, который втягивался в электромагнит, когда через

¹ Как самим сделать такой вискозиметр и проводить на нем измерения, рассказывается в статье А.Э. Аринштейна «Сравнительный вискозиметр Жуковского», Квант, n9, 1983

² Добротностью называется отношение энергии колебаний к потерям энергии за один период колебаний, умноженное на 2 π .

катушку электромагнита пропускали импульс электрического тока, но в самых первых наших опытах мы просто ударяли по камертону карандашом. Как бы то ни было, камертон начинал звенеть, и этот звук мы записывали с помощью микрофона, подключенного к ноутбуку.

Даже небольшие капли (объемом менее 0.1 мл) приводили к существенному изменению скорости затухания камертона, разница ощущалась даже «невооруженным ухом». Стоит

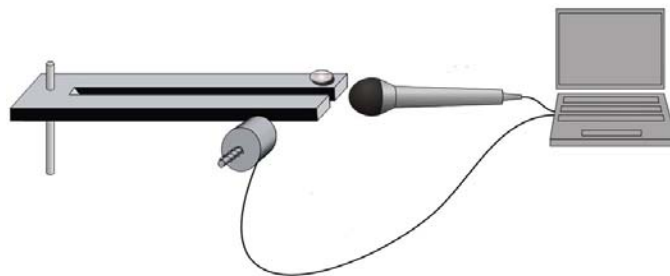


Рис. 3 Вискозиметр из камертона

отметить, что измерения проводились и для воды и для глицерина, вязкости которых отличаются в тысячу раз, диапазон измерений недостижимый для капиллярных вискозиметров (ведь увеличение вязкости в тысячу раз означает увеличение времени измерений протекания жидкости через трубку в такое же число раз!). Также выгодно отличает нашу версию вискозиметра от обычно используемых возможность измерять в реальном режиме времени, ведь для измерений нужно не более 5 секунд – время, за которое затухание звука станет заметным.

Вооружившись зондом

Если мы имеем дело с измерениями жидкости при различных температурах, то описанный выше способ нам подойдет едва ли, ведь капелька, попав на металлическую

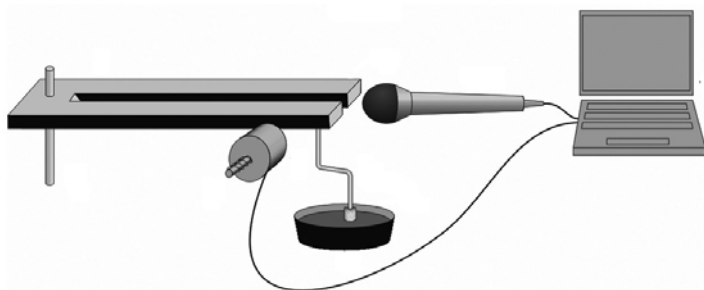


Рис. 4 Вискозиметр с зондом

ножку камертона, начнет очень быстро охлаждаться. Для этой цели мы помещаем исследуемую жидкость в кювету с водой, внутри которой температуру можно было поддерживать неизменной с помощью нагревательного (или охлаждающего) элемента. Исследуемая жидкость помещается в наперсток, стоящий внутри кюветы с водой, а связь с камертоном осуществляется через изогнутый металлический стержень, конец которого, опущенный в жидкость, играет роль зонда. Чтобы уменьшить потери тепла через зонд, погруженная в жидкость часть укутана пенопластом, который, как известно, очень плохо проводит тепло.

ножку камертона, начнет очень быстро охлаждаться. Для этой цели мы помещаем исследуемую жидкость в кювету с водой, внутри которой температуру можно было поддерживать неизменной с помощью нагревательного (или

Разумеется, при таких зондовых измерениях приходится поступиться одним существенным достоинством «капельного» способа – малостью проб, зато взамен получаем возможность невозможных измерений.

Как по звукозаписи определить вязкость?

В полученном звуковом файле нас интересовала только одна величина – время, за которое амплитуда колебаний затухает в e раз ($e = 2.718211821\dots$).³ Возможно, читателя удивит столь странный способ оценки скорости затухания. Дело в том, что колебания имеют свойство угасать таким образом, что за равные промежутки времени амплитуда колебаний уменьшается в одинаковое число раз и ее зависимость от времени выражается законом: $A(t) = A_0 \cdot e^{-\gamma t}$, где A_0 начальная амплитуда, t время, а γ – величина, называемая *декрементом* затухания, она как раз и характеризует скорость затухания колебаний и равна обратному времени, за которое колебание затухнет в e раз (см. рис. 5). Разумеется, вместо числа e можно взять и что-нибудь попроще, например, двойку (именно так делают при измерении радиоактивности, говоря о периоде *полураспада*), но в случае колебаний договорились в основании брать число e .

Теперь давайте подумаем, от чего может зависеть декремент затухания γ ? Во-первых, колебания камертона затухают сами по себе и без помощи капли. Капля лишь добавляет к первоначальному декременту затухания γ_0 дополнительное слагаемое, которое возникает за счет силы вязкого трения между каплей и поверхностью камертона. Именно эта добавка нас и будет интересовать, ее определяют как разность декрементов затухания γ камертона «нагруженного» жидкостью и декремента затухания γ_0 на «холостом ходу»:

$$\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0 \quad (2).$$

Логично предположить, что она будет тем больше, чем больше вязкость и чем больше площадь капли.

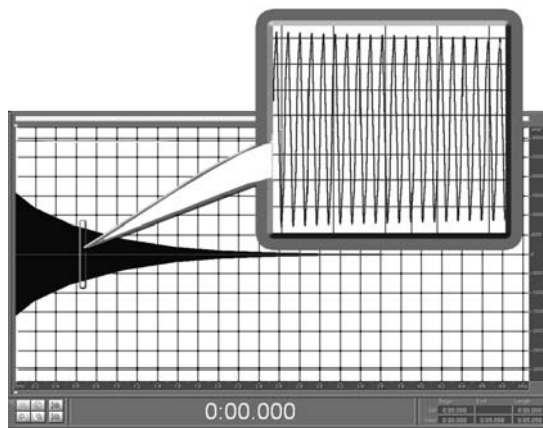


Рис. 5 Затухание звуковых колебаний. Осциллограмма, полученная в программе Cool Edit Pro

³ Число e является пределом выражения $(1+1/n)^n$ при n стремящимся к бесконечности. Это число иррациональное и потому в десятичной записи представляет собой бесконечную, непериодическую дробь.

Сначала мы проверили нашу догадку насчет площади. Изменяя объем капли, мы измеряли площадь ее соприкосновения с поверхностью камертона (это можно делать либо фотографируя каплю сверху и обмеряя полученное изображение, либо в реальном времени наблюдая каплю с помощью окуляр-микрометра), а затем возбуждали колебания камертона. Полученная зависимость декремента затухания от площади капли, приведенная на рисунке а) в согласии с формулой Ньютона (1) хорошо укладывалась на прямую линию (рис. 6 а, статистическая погрешность измерений составляла 5%). Похожие измерения мы проделали для камертона с зондом. В случае цилиндрического зонда поверхность соприкосновения с жидкостью должна быть пропорциональна глубине погружения, что тоже было проверено экспериментально (рис.6 б)

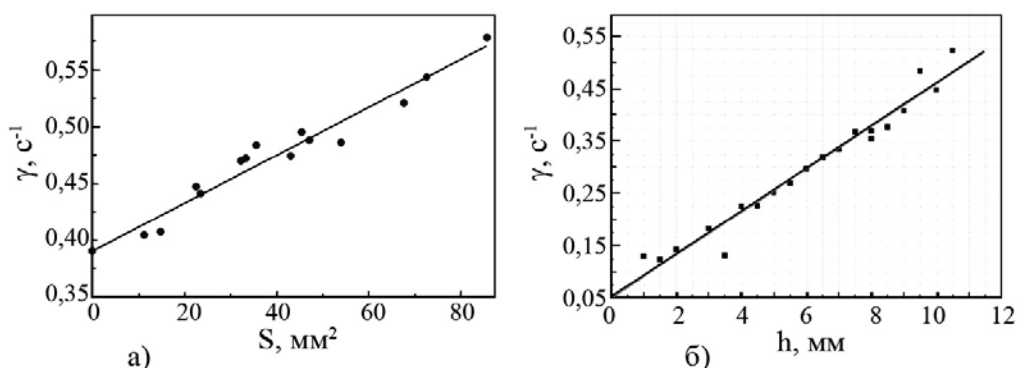


Рис.6 Зависимости коэффициента затухания а) от площади капли б) от глубины погружения зонда

Поскольку нашей целью является определение коэффициента вязкости η , то нам нужно установить зависимость измеряемой величины $\Delta\gamma$ от η . Казалось бы, все просто: разность декрементов затухания $\Delta\gamma$ должна быть пропорциональна силе, а сама сила согласно формуле Ньютона (1) пропорциональна коэффициенту вязкости η , но не тут то было. В опыте Ньютона расстояние, на котором скорость изменяется от V до нуля, другими словами величина зазора между пластинами, измерялась непосредственно. А как быть в нашем случае? На каком расстоянии жидкость можно считать неподвижной? Строго говоря, ни на каком – скорость жидкости с расстоянием убывает постепенно, причем если отдаляться от зонда равными шажками, то величина скорости будет уменьшаться в одинаковое число раз. Что-то напоминает, не правда ли? Именно по этому здесь поступают также как при измерении затухания звука: расстоянием, на котором затухают колебания жидкости принято считать такое расстояние, на котором скорость жидкости уменьшается в e раз. Оказывается, это расстояние l зависит от вязкости и плотности жидкости следующим образом:

$$l \sim \sqrt{\frac{\eta}{\rho}}, (3)$$

где ρ – плотность жидкости (подробнее, с выводом формулы, об этом рассказано в Приложении к данной главе).

Таким образом, если мы хотим измерить вязкость жидкости, то нам нужно измерить площадь соприкосновения, плотность жидкости и разность декрементов затухания:

$$\eta = \frac{K}{\rho} \left(\frac{\Delta\gamma}{S} \right)^2, \quad (4)$$

где K – коэффициент пропорциональности, он зависит от массы и частоты колебаний камертона, от способа измерения и много другого, и его легче определить экспериментально, калибруя прибор с помощью измерений жидкостей с известными характеристиками (η , ρ), нежели рассчитать теоретически. Изменение внешних условий также может сказываться на результатах измерений декремента γ , но добавка $\Delta\gamma$ зависит только от силы трения между жидкостью и камертоном, поскольку декремент затухания свободного камертона γ_0 изменяется также как и γ (см. формулу 2).

Температурная зависимость вязкости – окно в микромир

Вязкость является важнейшей характеристикой, особенно для таких веществ как горюче-смазочные материалы, лаки, краски, спирты. Мощности многих промышленных приборов, например мешалок и насосов, определяются именно этой величиной.

Особенно важна температурная зависимость вязкости. Она имеет как чисто практическую сторону (не загустеет ли от холода в суровых сибирских условиях нефть настолько, что перестанет течь по трубам?), но и является важным подспорьем для решения чисто научных задач. Так, например, по ней определяют температуру стеклования: известно, что стекло представляет собой сильно загустевшую жидкость (вслушайтесь в само слово «стекло»), хотя внешне и напоминает твердое тело. Различие между жидкостью и стеклообразным состоянием скорее количественное, нежели качественное. Договорились считать, что охлаждаемая жидкость достигает температуры стеклования, когда она загустеет до величин вязкости 10^{11} - 10^{12} Па·с.

Более того, зависимость вязкости от температуры позволяет заглянуть в микромир — на то, как движутся молекулы. Считается, что атомы в жидком состоянии демонстрируют поведение среднее между поведением в твердом теле (колебаниями вокруг положения равновесия) и газом (хаотическое движение). Молекулы воды некоторое время вибрируют у временного пристанища, а потом срываются и перескакивают в другое место, на время оседая там. Вязкость будет тем больше, чем больше время «оседлости» молекул. А это время определяется отношением энергии,

которую необходимо сообщить молекуле жидкости, чтобы она совершила такой скачок (энергию активации ε_0) и энергии тепловых колебаний $k_B T$, где T – температура, а k_B – постоянна Больцмана.

В середине прошлого века нашим соотечественником Яковом Ильичем Френкелем была выведена формула

$$\eta = C \cdot e^{\varepsilon_0/kT} \quad (5)$$

где C – константа.

Опять мы встречаем вездесущее число e , только на сей раз в положительной степени. То, что температура стоит в показателе степени, означает довольно сильную зависимость от нее. Так при уменьшении температуры в 10 раз, вязкость должна возрасти в e^{10} , т.е. в 22 тысячи раз!

Вооружившись нашим прибором в его зондовой модификации, мы решили проверить формулу Френкеля. Поскольку в (5) температура стоит в знаменателе, то при построении зависимости по горизонтальной оси удобнее откладывать обратную температуру, а по вертикальной оси – вместо самой величины вязкости откладывать натуральный логарифм $\ln(\eta)$, поскольку в этом случае зависимость будет представлять прямую линию.

График такой зависимости $\ln \eta(1/kT)$, измеренный для глицерина в температурном интервале 30÷70 градусов, приведен на рисунке 7. Экспериментальные точки с большой точностью ложились на прямую линию (за исключением нижней части прямой, что связано, скорее всего, с отводом тепла через зонд, полностью избавиться от которого не удастся). Полученное нами значение энергии активации глицерина $\varepsilon_0 = (7.247 \pm 0.017) \cdot 10^{-20}$ Дж, было, правда, ниже справочного значения $(8.341 \pm 0.087) \cdot 10^{-20}$ Дж, но глицерин, как и многие спирты, очень гигроскопичен и легко набирает воду из окружающего пространства, так что мы подозреваем, что в действительности мы имели дело не с чистым глицерином, а с его концентрированным раствором в воде, особенно если учесть, что нагревание глицерина происходило в водяной бане.

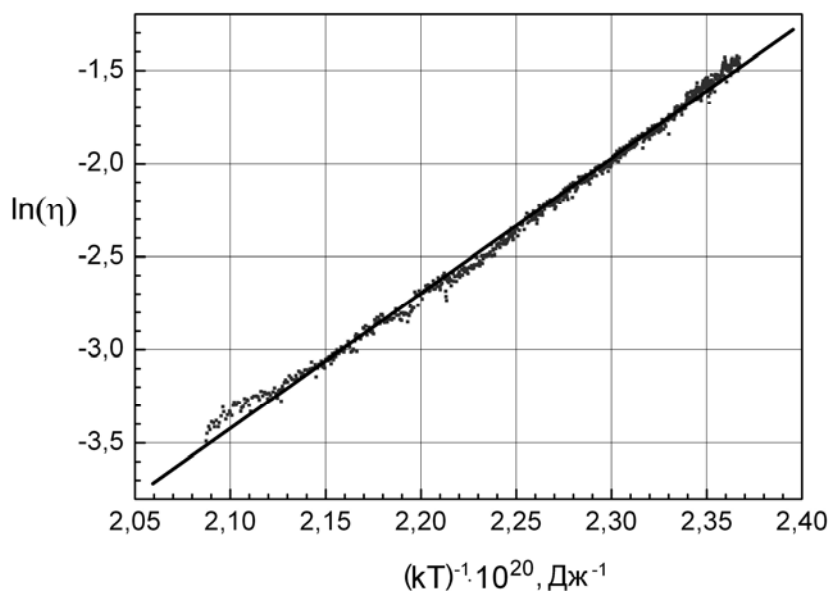


Рис. 7 Определение энергии активации глицерина: Зависимость логарифма вязкости глицерина от обратной температуры

И напоследок, о нефти и нанотехнологиях

Измерения можно проводить не только в режиме свободных колебаний, но и вынужденных, при этом по ширине резонансной кривой можно определять вязкость, а по сдвигу резонансной кривой камертона, погруженного в жидкость – плотность. Эта модификация была разработана сотрудниками Акустического Института М.А. Мироновым и П.А. Пятаковым, и ныне успешно используется в нефтяной отрасли для измерения плотности и вязкости нефти.

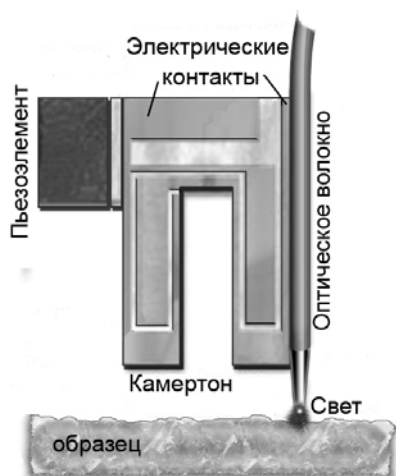


Рис. 8 Метод определения высоты сканирования в

Нашлось применение камертонам и в нанотехнологиях, а именно в оптической зондовой микроскопии с субмикронным разрешением (сканирующая оптическая микроскопия ближнего поля). В ней зонд – оптическое микроволокно – крепится на миниатюрном кварцевом камертоне (см. рис. 8). Камертон совершает вынужденные колебания, при этом кончик зонда дрожит на расстоянии всего нескольких нанометров от поверхности образца, и хотя он непосредственно не контактирует с поверхностью, взаимодействие между атомами зонда и поверхности становится уже заметным. Эта сила проявляется не

только в притяжении атомов, но еще и в сопротивлении их движению относительно друг друга, своеобразной бесконтактной силе трения. Кажется, как будто зонд окунули в вязкую жидкость, причем по мере приближения к поверхности глубина этого погружения растет. По изменению амплитуды колебаний ножек камертона можно измерять расстояние до поверхности образца, и даже снимать ее профиль. Главным же назначением этой системы является поддержание неизменным расстояния между зондом и поверхностью при оптических измерениях, когда через волокно зонда проходит свет. Без такой регулировки расстояния было бы невозможно различить изменение интенсивности света, вызванное оптическими свойствами среды, от изменений, вызванных простым отдалением зонда от поверхности, оптические изображения в этом случае не поддавались бы расшифровке.

Приложение

Рассмотрим движение капли на колеблющемся камертоне. При колебании камертона и, следовательно, подножия капли, по капле вверх бежит вязкая волна, т.е. волна, в которой колебательное движение передается посредством трения слоев жидкости друг о друга. Такая волна является поперечной: среда колеблется горизонтально, перпендикулярно направлению распространения (волна бежит вверх).

Рассмотрим слой жидкости высотой Δz и массой Δm , совершающий колебания под действием результирующей силы со стороны нижележащего и вышележащего слоев (рис. П1).

Основное уравнение динамики (второй закон Ньютона) для него запишется в виде:

$$F_x(z + \Delta z, t) - F_x(z, t) = \Delta m \frac{\Delta V_x(z, t)}{\Delta t} \quad (\text{П1}),$$

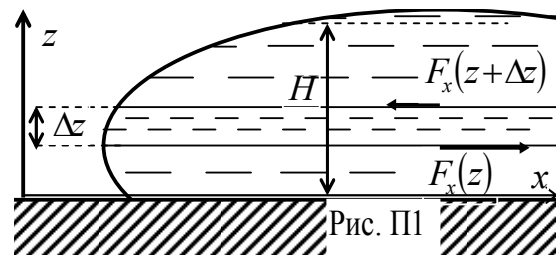
где элемент массы $\Delta m = \rho \cdot S \cdot \Delta z$ (ρ - плотность жидкости, S - площадь слоя, Δz - толщина слоя). В то же время для силы вязкого трения имеем (формула Ньютона):

$$F_x = \eta \cdot S \cdot \frac{\Delta V_x}{\Delta z} \quad (\text{П2}).$$

Подставляя (П2) в (П1) и устремляя Δz , и Δt к нулю, получаем уравнение, которое называют дифференциальным, поскольку в него входят производные:

$$\eta \frac{d^2 V_x}{dz^2} = \rho \frac{dV_x}{dt} \quad (\text{П3}).$$

Решением этого уравнения следует искать в виде уравнения затухающей волны:



$$V_x = A \cdot e^{-\frac{z}{l}} \cdot \cos(\omega \cdot t - kz + \varphi_0) \quad (\text{П4}),$$

где A - амплитуда волны, l – параметр затухания, т.е. длина на которой волна затухает в e раз, ω – частота колебаний, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ — длина волны, φ_0 начальная фаза колебаний

Подставляя (П4) в (П3) для параметра затухания длины вязкой волны получаем:

$$l = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho \cdot \omega}} \quad (\text{П5 а})$$

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{2\eta}{\rho \cdot \omega}}. \quad (\text{П5 б})$$

Это является одним из свойств вязкой волны: параметр затухания совпадает с длиной волны (с точностью до коэффициента 2π).